

المجموعات المرتبطة جزئياً:

تمرين 1) ليكن: $S = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12\}$

$$x R y \iff x \text{ قسم } y$$

دُسِّتْ أنَّه علاقة ترتيب جزئي

الحل: (1) انعكاسية: $\forall x \in S : x R x$

حقيقة يجب التحقق منها: S قسم لنفسه

(2) قابلية: $\forall x, y \in S : x R y, y R x$

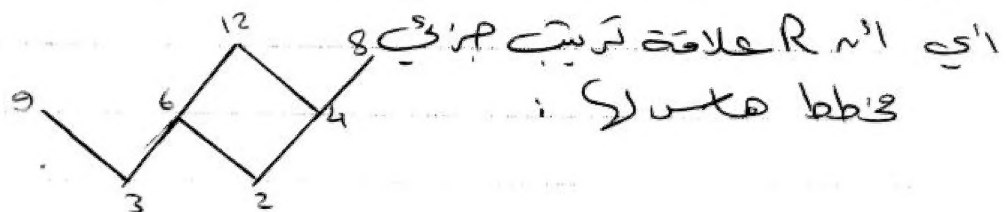
$$y = mx, x = ny$$

$$y = m.n.y \rightarrow m.n = 1 \rightarrow m = n = 1$$

(3) متدية: $\forall x, y, z \in S, x R y, y R z$

$$\rightarrow x R z$$

حقيقة $x = ny, y = mz \rightarrow x = (n.m)z \rightarrow x R z$



تمرين 2) ليكن $M = \{2, 3, 4, 6, 8, 10\}$ مع علاقة الترتيب قابلية العتمة

بين أي من العنصر الأصغر والعنصر الأعظم، العنصر الأصغر والعنصر الأعظم

الحل: العنصر الأصغر: لا يوجد عنصر يقسم جميع الأعداد

الأكثر: لا يوجد عنصر يُقسم على جميع الأعداد

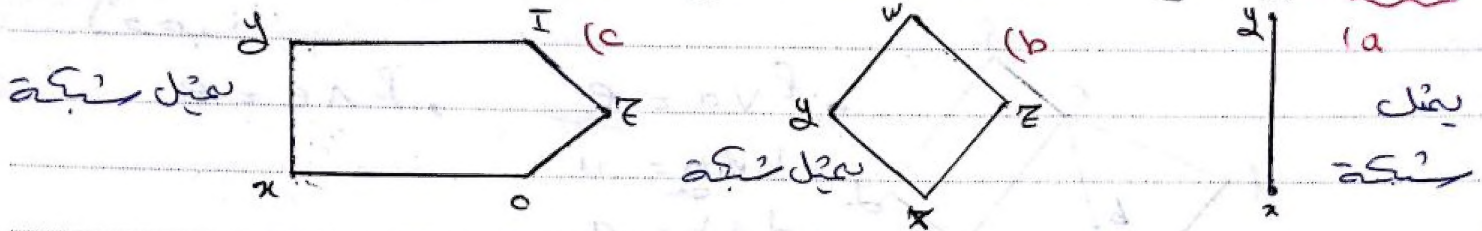
الأصغر: $\{2, 3\}$ لا يوجد عنصر قبلهم يقسمونه

الأعظم: $\{10, 8, 6\}$ لا يوجد عدد بعدهم يقسمونه

ملاحظة: إذا حذفنا العدد 6 من المجموعة M فإنَّ العدد 3 هو عنصر

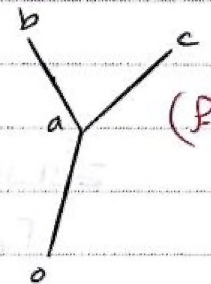
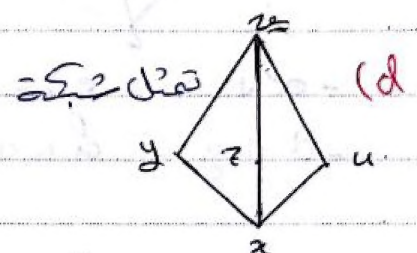
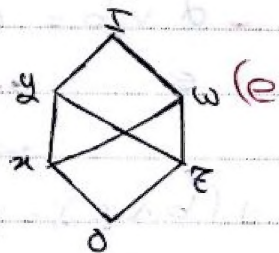
أعظم والأصغر بآنهما

تمرين 7 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة وايها لا يمثل



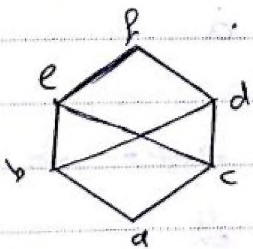
ليست شبكة لـ \sim :

$$\left. \begin{aligned} \inf(y, w) &= x \\ \inf(y, w) &= z \end{aligned} \right\} x \neq z$$

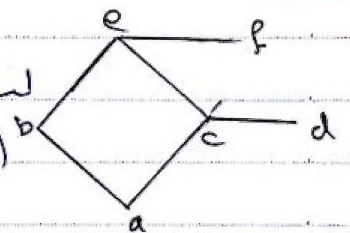


ليست شبكة لـ \sim $\sup(b, c)$ غير موجود

تمرين 8 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة وايها لا يمثل

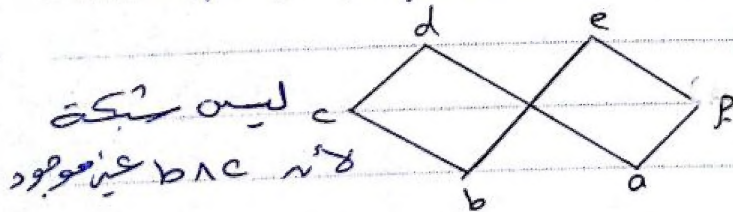


ليست شبكة لـ \sim $\sup\{f, d\}$ غير موجود

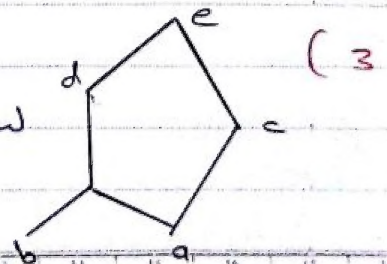


ليست شبكة لـ \sim

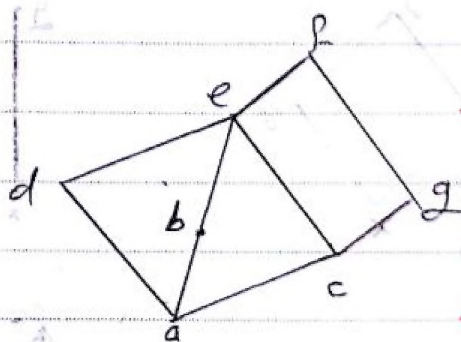
$$\left. \begin{aligned} \sup\{b, c\} &= d \\ \sup\{b, c\} &= e \end{aligned} \right\} d \neq e$$



ليست شبكة لـ \sim $a \wedge b$ غير موجود



تمرين 14 لنكتب لدينا المخطط التالي:



$$- f \vee a = \underline{e}, f \wedge e = e$$

$$- b \wedge g = a$$

$$- d \wedge b = a$$

$$- d \vee b = e$$

$$- a \vee (b \wedge e) = a \vee e = e, a \wedge (b \wedge c) = a \wedge a = a$$

$$- d \vee g = f, a \wedge (b \vee c) = a \wedge e = a$$

$$- a \vee (b \wedge c) = a \vee a = a$$

تمرين 15 لنعتبر المخطط التالي:

أوجد \sup و \inf المجموعات التالية

$$- \{d, e, f\} : \sup = g, \inf =$$

$$- \{a, c, f\} : \sup = f, \inf = a$$

$$- \{a, b\} : \sup = c, \inf = \text{غير موجود}$$

$$- \{g, d, f\} : \sup = g, \inf = e$$

